

变压器绕组多股线直径和股数选择的成本控制

Cost-Constrained Selection in Diameter and Number of Litz Wire Used for Transformer Winding

薛蕙 摘译

摘要：变压器绕组使用多股导线 (Litz Wire) 可以降低变压器损耗，但因为 Litz Wire 的价格昂贵，所以，科学地而不是只凭经验来选择 Litz Wire 的直径和股数是使变压器既降低损耗又节约成本的重要议题。文章介绍多股线绕组的损耗模型及其与价格的关系，从而推导了绕组多股线之股数、直径与成本的函数，并以实例进行了讨论与验证。

关键词：变压器绕组，多股线 (Litz Wire)，直径，股数，涡流，损耗

中图分类号：TM4 文献标识码：B 文章编号：1606-7517(2014)12-6-139

1 引言

用多股线制作磁性元件的绕组，可以有效地降低高频磁性元件的涡流损耗，提高其高频性能。但是，多股线的价格昂贵，所以，变压器设计师经常尽可能不采用多股线，以控制成本。本文作者提出了一种控制价格的设计方法，可以在不增加损耗的同时大幅度降低价格。或者，允许设计师在给定价格的前提下选择损耗最低的设计方案。后面将提到一个设计实例，其系统的价格比凭经验设计的产品降低了五倍多，同时其损耗并未增加。

对于变压器绕组采用多股线时的损耗，有许多工程师计算过，但与其价格联系的设计计算则很少，所以常出现这样的情况：损耗只下降了一点点，而价格则成倍增长了。

本文对绕组多股线的价格分两个层次分析讨论。首先，假设描述多股线损耗函数的一般公式，这样，在给定变压器绕组的情况下得出该函数分析的价格结果，以进行最佳的 Litz Wire 股数和线径的选择。在第二个分析层次中，从导线制造厂商给出的价格中，分析损耗、价格函数的多项式曲线，并以此形式进行设计。

在很多的绕组损耗分析中，只提到了正弦电流波形，但是，在高频功率变换器中的磁性元件则很少存在接近正弦的电流波形。有些文章的作者已经研究成功将绕组损耗分析扩展到了非线性波形分析的方法。这里特别有意义的是提出了“有效频率”的概念。这样，基于正弦波的优化设计方法就无需进行修改。

2 多股线绕组的损耗模型

变压器绕组采用多股线，可以有效地降低涡流损耗。图 1 所示为多股线中的涡流效应类型：多股线绕组与单线绕组一样存在趋肤效应和邻近效应，而多股线于这两种情况而言，又分为束层 (bundle level) 效应和股层 (strand level) 效应；对于绕组的损耗则以股层的邻近效应起主要作用，因此，在选用多股线时必须特别关注股数。

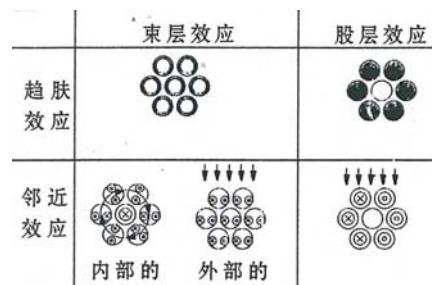


图 1 多股线中的涡流效应类型

变压器绕组损耗的表达式为：

$$P_{\text{loss}} = F_r I_{\text{ac}}^2 R_{\text{dc}} \quad (1)$$

式中， F_r 是与直流电阻和交流电阻有关的因子， I_{ac} 是正弦电流给定的有效幅值，由此决定绕组的所有损耗。绕组内部的和外部的股层邻近效应损耗使用以下式 (2) 的近似表达式描述：

$$F_r = 1 + \frac{\pi^2 \omega^2 \mu_o^2 N^2 n^2 d_c^6 K}{768 P_c^2 b_c^2} \quad (2)$$

式中， ω 是正弦电流的角频率； n 为股数； N 为匝数； d_c 是每股导线的直径； p_c 是铜导线的电阻系数； b_c 为铁芯的窗口区域宽度； K 为损耗计算定义的因子，用作描述多绕组变压器中的磁场分布，在一般情况下，因子 $K=1$ 。

对于带有直流分量的波形以及某些非正弦电流波形，可以推导出一个等效频率后，同样可以应用本分析进行计算。但是，电感器绕组区域内的磁场分布是由其气隙的结构决定的，不适合直接采用本公式。

现在，我们探讨一下 F_r 表达式 (2) 的来源，以进行绕组损耗的计算。首先，研究一个置于均匀磁场中的导电圆筒的损耗。该磁场的方向垂直于圆筒的轴线，并且，假设圆筒内的磁场也是均匀恒定的；这就是说，设导线的直径小于一个趋肤深度，长度为 l 的导线内所消耗的功率 P 为：

$$P = \frac{\pi \omega^2 l b^2 d_c^4}{128 P_c} \quad (3)$$

式中， B 为磁通密度峰值； P 为广义贝塞尔函数精确解的第一项。假设绕组中分布一个梯形磁场，则可以推导得到式 (2)。绕组内的磁场强度呈线性增加，那是因为受绕组内所有电流的作用。在绕组损耗的计算中，并不需要将某个多股线中其它股的影响或其它多股线的影响分开，否则将使损耗计算更加复杂化。

对于绕组一边的磁场不为零的结构来说，可以使用因子 (F_r) 来解释由此产生的损耗变化，假设多股导线的每一股流过相同的电流，对已选定的多股线结构则是用来控制线束层趋肤效应和邻近效应的，为此可以很好地进行近似计算。

3 变压器绕组多股线选择的价格分析

产品价格定量是个复杂困难的问题，如多股线绕组的价格是随其体积、制造厂商、时间和流通的变化而变化的。所以，在大多数情况下，只是定义一般形式的价格函数。后面我们将对最佳价格 / 损耗曲线进行推导。对于多股线的价格，仅以其长度的价格给出其近似表达式：

$$C_{\text{cost}} = [C_o + C_m(d_c) d_c^2 n] l \quad (4)$$

式中， C_o 表示与打包及服务动作有关的每单位长度的基本价格； $C_m(d_c)$ 为价格的基本函数，在给定了多股线直径 d_c 的情况下，其正比于每单位体积的附加价格； n 为股数； l 是导线长度。

由于 $C_m(d_c)$ 函数并没有特定的形式，在式 (4) 中，可

以一般性地假设 C_m 仅取决于 d_c ，而与 n 无关。从对多股线生产厂商进行的定价调查表明，这个假设近似有效。不过应注意，为了在绕组长度固定的情况下优化设计，可以忽略 C_o ，只考虑正比于 $C_m(d_c) d_c^2 n$ 的价格变化量。求得其中 $C_m(d_c)$ 的近似表达，有利于了解价格变化的知识，和给出明确的数字结果。从制造厂商们定价的规律中可以发现，在导线直径很大时，以下公式 (5) 的值就可归一化为 1，这在 n 值和 d_c 值很大的范围内都是个很好的近似公式：

$$C_m(d_c) = 1 + \frac{K_1}{d_c^6} + \frac{K_2}{d_c^2} \quad (5)$$

式中， d_c 以“米”为单位， $K_1 = 1.1 \times 10^{-26}$ (米⁶)， $K_2 = 2 \times 10^{-9}$ (米²)。该函数与每单位质量的价格成正比，如图 2 所示，图中还示出了每单位长度的归一化价格值。在导线直径很大时，每单位质量价格近似为常数，但在接近 #40 (AWG—注，美国线规) 时，它开始急剧增大。同时可以注意到，在 #44(AWG) 处，每单位长度的价格最小。#48(AWG) 处则每单位长度的价格显著增大，而且每单位质量的价格也急剧增加。虽然式 (5) 表示的是一个平滑函数，但是标准尺寸的导线比任选尺寸的导线更便宜，所以实际的价格函数有明显的纹波。特别是偶股数尺寸的导线一般要比奇股数尺寸的导线更便宜、更容易制造。

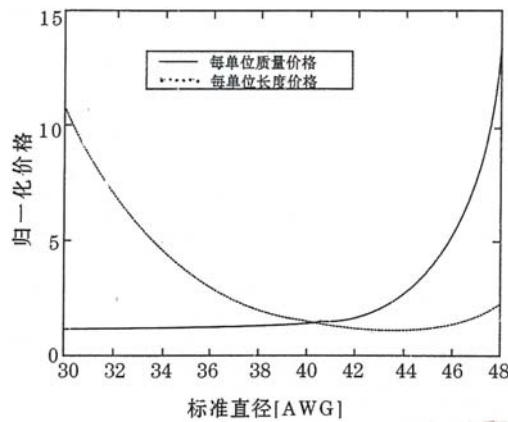


图 2 以式 (5) 为模型的每单位质量和每单位长度的归一化价格曲线

现在，对图 2 的示意作进一步解释。图 2 所示为以式 (5) 为模型的每单位质量和每单位长度的归一化价格。图中显示，这两种价格都经过归一化使最小值为 1，每单位质量的价格单调增加，反映出把给定数量的铜线越拉越细的股线所付出的成本。同时可以发现每单位长度的价格等于每单位质量的价格乘以每单位长度的体积。#44 “AWG” 以

下，体积减小是主要趋势，使得导线线径越来越小的同时，每单位长度的价格下降。^{#44 “ AWG ”以上，每单位质量的价格增长很快，使增加的制造价格超过减少的材料价格，而且每单位长度的价格增大。^{#38 “ AWG ”和“48 “ AWG ”处的价格约“44 “ AWG ”处的两倍。^{#38 “ AWG ”处价格的增加，是因为需要的铜质量增大，而“48 “ AWG ”处价格的增大，那是由于加入了将股线拉细的费用。}}}

以下我们进行“最佳价格——损耗曲线”的推导。

首先引入固定项 C_0 ，表达式(2)可以简化为：

$$F_r = 1 + \zeta^2 d_c^6 \quad (6)$$

给定价格 C_1 ，以此求解合适的 n 和 d_c ，使总损耗达到最小。总损耗正比于总电阻因子 F_n ：

$$F_n = F_{dc} F_r = \frac{\text{多股线绕组交流电阻}}{\text{单股绕组直流电阻}} \quad (7)$$

式中 F_{dc} 为多股线直流电阻与单股线绕组直流电阻的比值，其中单股绕组线的直径等于多股绞线的直径。基于这个定义，则：

$$F_n = (1 + \zeta n^2 d_c^6) \frac{d_{css}^2}{d_c^2 n} \quad (8)$$

式中 d_{css} 为窗口能够容纳的最大单股导线直径。为了优化，可以去掉这个常量，于是得出：

$$F_n \alpha = \left(\frac{1}{d_c^2 n} + \zeta n d_c^4 \right) \quad (9)$$

为了使总损耗最小，保持价格不变，可以用式(4)消去式(9)中的 n ，得出：

$$F_n \alpha = \left(\frac{C_m(d_c)}{C_1} + \frac{\zeta d_c^2 C_1}{C_m(d_c)} \right) \quad (10)$$

式中 C_1 是式(4)减去固定项中 C_0 后的有效价格。将该表达式求导后等于零，则可得到：

$$\frac{C'_m(d_c) C_1^2}{C_m^2(d_c)} \zeta d_c^2 - 2 \frac{C_1^2}{C_m(d_c)} \zeta d_c - C'_m(d_c) = 0 \quad (11)$$

式中， $C'_m(d_c)$ 为 $C_m(d_c)$ 对 d_c 的导数。

给定表达式 $C_m(d_c)$ 和有效价格 C_1 ，式(11)可以解得最佳的 d_c 值。但是，这可能推导出若干个更加一般的结果，这些结果能够绘出图5和图6。解出式(11)中的 n 并将结果代入式(8)，然后用式(4)消去 n ，得到：

$$F_{r,CL}(d_c) = 1 + \frac{1}{1 - \frac{2C_m(d_c)}{C_m(d_c) d_c}} \quad (12)$$

此式描述了导线尺寸和最佳价格/损耗值 F_r 之间的关系，并记为 $F_{r,CL}(d_c)$ ，如图6所示。式(12)与常数 C_1 中的

具体设计细节的相互独立性表明该结果的普遍适用性。

图5显示的曲线是由式(11)描述的一般性关系：

$$C_1 = \frac{C_m(d_c)}{\sqrt{\zeta d_c^2 \left[1 - \frac{2C_m(d_c)}{d_c C_m(d_c)} \right]}} \quad (13)$$

或者：

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{\zeta}} \frac{C_m(d_c)}{d_c} \sqrt{F_{r,CL}(d_c) - 1} \quad (14)$$

利用以上关系式，可以得到：

$$F_{r,CL} = F_{r,CL}(d_c) \frac{C_m(d_c)}{C_1} d_{css}^2 \quad (15)$$

因此，由式(14)可写成：

$$F_{r,CL} = d_{css}^2 \sqrt{\zeta} d_c \frac{F_{r,CL}(d_c)}{\sqrt{F_{r,CL}(d_c) - 1}} \quad (16)$$

如果将式(16)和式(14)归一化，如图5所示，就可去掉对特殊设计问题才有效的常量 ζ 和 d_{css} 这样，就可以利用参数 d_c 的式(16)和式(14)，绘制出任意给定了价格函数的归一化价格与损耗的关系曲线。图5所示的是根据式(5)画出的归一化价格与损耗曲线。

4 变压器绕组多股线的股数与股线直径的选择

变压器绕组多股线的股数和股线直径选择的设计，可以化解为一个二维(2D)空间来加以说明。在绕组绕满骨架的情况下，其空间内可供选择的各点形成一条直线，将价格和损耗之间的关系进行折衷，这样，该直线上的各点，也就变成了价格和损耗的简单估计。但是，在价格受限制的情况下，绕组占满骨架通常都不是最好的，于是必须选择二维(2D)空间内的一点，而不是简单的选取直线上的一点。

在此，我们将根据以上推导的最佳价格—损耗曲线和式(5)的价格函数公式，研究选择绕组多股线直径和股数的空间。把式(4)和式(5)给出的总价格，用图3所示，表示成多股线尺寸和股数空间内的一组价格等值线。这些曲线是价格值相等的曲线。可以将图2中的每单位长度的价格曲线压扁，以理解这些曲线形状的含意。当导线尺寸接近于“44AWG”时，每单位长度导线的价格下降，所以在相同的价格下可以购得更多的股线。因此，图3的曲线说明，在每单位长度价格最小的导线规格处，多股线数量达到最大。

在任意给定的价格等值曲线上，最好的设计是选择损耗最小的点。图4画出了损耗等值线和图3中的价格等值线。这些曲线都是根据以下一个设计实例绘制的。该例为：在

一个 RM5 型尺寸的铁氧体磁芯上缠绕 14 匝线圈，并在线圈中流通 1MHz 的电流。骨架的宽度为 4.93mm，铁芯窗口的宽度为 6.3mm。损耗与 $F_r R_{dc}$ 成正比，因此，损耗的等值线可以由式(2)和简单的直流电阻计算公式算出。每条价格等值线与损耗等值线相集合曲线的切点处的损耗最小。在任意给定的损耗约束条件下，这一组点集也是价格最低的点集，如图 4 所示。也可以用价格和损耗为坐标轴绘出相同的这些点集，这样，设计工程师就可以从中选择合适的折衷值（如图 5 所示）。

如果不考虑设计参数，价格 / 损耗折衷曲线有着相同的形状，见图 5 所示。因此，归一化为相同参考股线直径的价格 / 损耗曲线与图 5 中的曲线完全相同，其中价格和

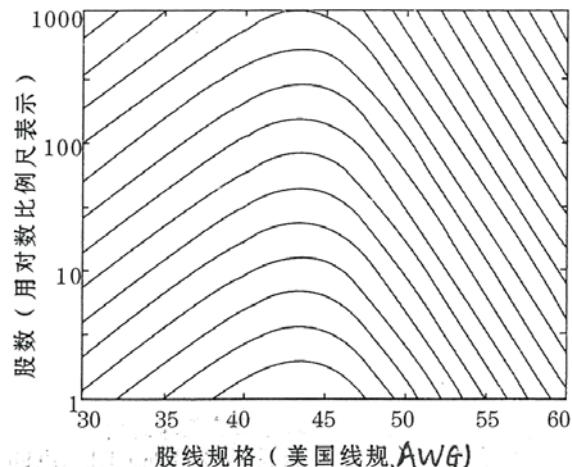


图 3 价格等值线示图

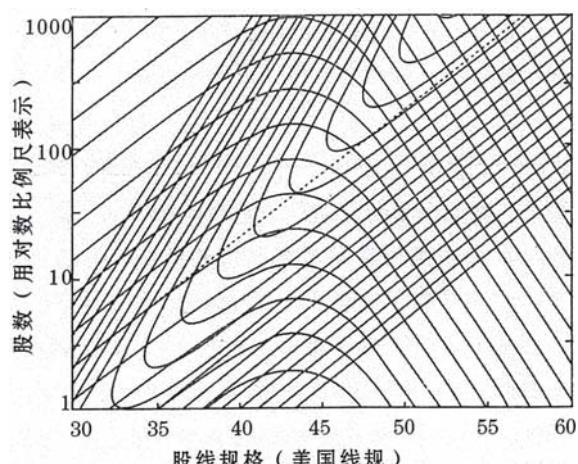


图 4 价格等值线和损耗等值线

图 4 注：由图中的两组曲线中，可以求得相切的曲线之切点具有最佳的价格 / 损耗折衷值。这些点由从左下方为起点的对角实线表示，图中虚线表示绕满骨架的约束条件。

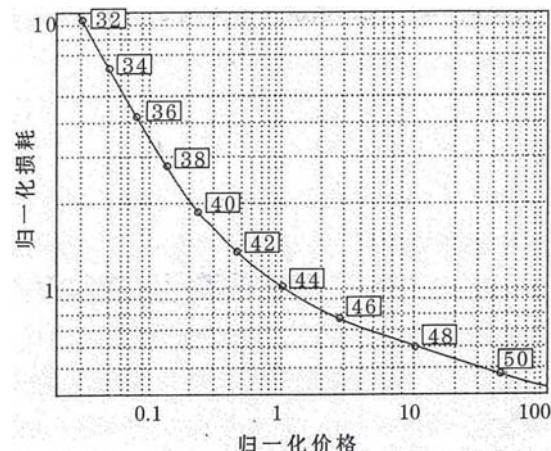


图 5 以 #44AWG 的最佳价格 / 损耗设计为基准的归一化价格和损耗的关系曲线

图 5 注 本图适用于任何骨架未绕满情况下 给定了价格函数(式 5)的设计。图中的每个点均用 AWG 多股线的尺寸标注。应注意的是，图中的点并不表示该线规的最低价格设计，而是表示给定价格的最低损耗设计。图中还给出了实现该设计的线规尺寸。

损耗都是以 #44AWG 线规的价格与损耗值归一化为基准。只要骨架上未绕满，就可以使用该曲线估计任何设计中的价格 / 损耗折衷值。使用图 5 曲线应注意的事项，请见图 5 注释所做的说明。而且，可以用一组最佳价格 / 损耗设计值（如图 6 所示）的形式给出实现图 5 中任意选择点的设计所需要的剩余信息。与图 5 相同，但与图 4 不同，图 6 绘出了用于骨架未绕满的任何变压器设计的一般结果。该结果是仅由价格函数（式 5）决定的。

上面，我们推导了如图 5 和图 6 所示理论上的结果。为了得出图 6，可以使用以下公式：

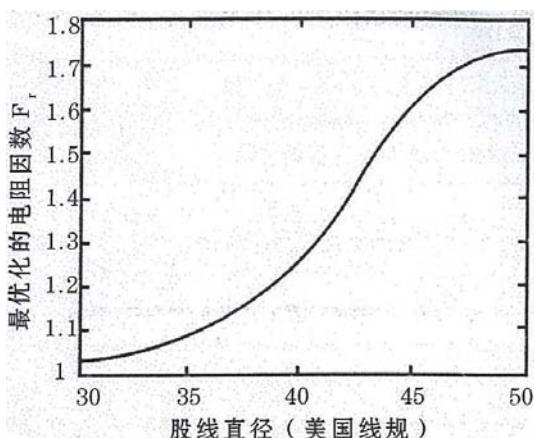


图6 最佳价格/损耗折衷设计的交流电阻因数 F_r ，它随股线直径变化而变化。根据式(5)的价格函数，这些数据对任何几何形状和频率都有用。

$$F_{r,CL}(d_c) = 1 + \frac{1}{1 - \frac{2C_m(d_c)}{C_m(d_c)d_c}} \quad (17)$$

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{\zeta}} \frac{C_m(d_c)}{d_c} \sqrt{F_{r,CL}(d_c) - 1} \quad (18)$$

式中， $C_m(d_c)$ 为任意给定的价格函数， C_1 是减去常数项 C_0 后的价格，而且总损耗为：

$$ad_c = \frac{F_{r,CL}(d_c)}{\sqrt{F_{r,CL}(d_c) - 1}} \quad (19)$$

对任何价格函数，都可以把 d_c 看作是一个参数，用等式 (18) 和 (19) 产生如图 5 中的那些点。

5 设计举例

本实例是一个 30 匝对 30 匝的变压器，原边和副边都绕在一个 EC-70 型铁氧体磁心上，其两边的绕组中均通了 150kHz，有效值为 80A 的正弦波电流。从所求解的目标答案而言，它不一定要知道电压值。从具体设计着想，可以假设并联负载谐振变换器中为方波电压 300V (峰一峰值电压为 600V)。在这一个典型的功率铁氧体材料中，产生幅度为 60mT 的磁通，约为 1.4W 的铁心损耗，输出功率 2160W。铁芯窗口宽度 $b_c = 44.6\text{mm}$ ，骨架允许有 $b_w = 41.5\text{mm}$ 乘以 24mm 高的绕组区域，两个绕组都占据 12mm 高度。

标准的设计过程可以用制造厂商提供的货物价目表作为起点，价目表推荐了 100kHz 到 200kHz 范围内 #40AWG 的多股线。在分配的铁心窗口区域内放置 30 匝线圈，每个标准 #40AWG 的线束最多可以达到 1100 股。制造厂商在应用说明书中指出，对其内部邻近效应损耗进行分析，将预测出这种结构的交流电阻因数为 1.19；这个数字只对单一被隔离的多股线是正确的，并没有考虑典型变压器中控制交流电阻值的外部邻近效应。用式 (2) 精确地预测线束的交流电阻，则可以得到交流电阻因数 $F_r = 9.2$ 。根据热阻的经验值 (即 $7^\circ\text{C}/\text{W}$)，其将使每个绕组都产生 5.6W 的损耗 (包括所有的绕组损耗和铁心损耗)，总温升为 87°C 。在股线直径远大于一个趋肤深度时，式 (2) 无效。在优秀的多股线设计中，股线尺寸一般不会很大，所以对常规的设计都要进行检查。150kHz 频率时的趋肤深度约为 0.17mm (此为 #33AWG 或 #34AWG 导线的直径)，在此范围内则式 (2) 有效。已经注意到，即使在设计中没有经过精心选择，所用导线的交流电阻仍比任何单股的低。在这种情况下，

采用单股线的绕组最好是单层，即使如此，其交流电阻也会比多股线绕组高出三倍。

现在，把上节得出的结论应用在本案的变压器设计上。首先，假设采用 #44AWG 导线，同时计算出股数以得出如图 6 所示的相应交流电阻因数 (也可见表 1 所示)，于是得到 $F_r = 1.535$ ，且 #44AWG 线的股数为 1131。虽然这个值比首次设计的直流电阻大 (#40AWG 线为 1100 股)，但其总的交流电阻下降了 59%，同时，预计的相对价格也会降低 25%。

表 2 汇集了本案及一些更深入的设计数据。表中显示的价格既归一化到根据厂商样本数据的初始设计，也归一化到全新的以 #44AWG 导线的最佳价格 / 损耗设计。并且用后一种归一化值绘出了图 5 示出的各种可能的价格 / 损耗。从图 5 中，立即可以选出所需要的价格 / 损耗折衷值。例如，可以选择损耗保持在初始设计值上不变，或者进一步优化找出最小的总价格，其中包括设备寿命期内消耗能量所需价格，以及其它一些由于工作效率较低和产生热量较多所间接产生的价格。

表 2 中所列出的选项，包含 100 股的 #38AWG 线，其损耗与样本设计相同，但价格只有样本设计的 13%。表 2 中的 #44AWG 导线含有 1050 股，它是一种标准的产品样本结构，其价格和损耗值接近于计算选出的 1131 股的相同尺寸导线。采用这种设计，可以在不增加价格的同时使温升从原来的 87°C 下降为 42.5°C 。

为了对照，表 2 还列出了用其它方法计算得出的最低损耗设计方案。对于该变压器，采用 220000 股的 63AWG 导线将产生最小的损耗。用式 (5) 得出的这一种股线的价格估算值很不精确，因为如果能够制造出 20 多万股的导

表1 用标准线规尺寸的最佳价格/损耗设计参数

导线规格 (AWG)	相对价格	相对损耗	最佳价格/损耗 (折衷的Fr值)
#32	0.031	9.40	1.045
#34	0.049	6.22	1.068
#36	0.079	4.14	1.104
#38	0.131	2.80	1.161
#40	0.234	1.90	1.246
#42	0.450	1.35	1.376
#44	1	1	1.535
#46	2.83	0.77	1.655
#48	10.5	0.61	1.715
#50	46	0.48	1.737

表2 设计实例的股线选项

设计方案	股数	线规	每个绕组的损耗(W)	归一化	归一化	归一化	归一化	归一化实价	
				(以设计为准) 损耗(W)	(#44AWG设计为准) 损耗(W)	(以设计为准) 期望价格	(#44AWG设计为准) 期望价格	(初始设计)	A公司
1. 使用#44导线的最佳价格/损耗	1131	#44	2.28	0.41	1	0.74	1		
2. 查样本	1100	#40	5.55	1	2.43	1	1.35	1	1
3. 最接近样本的尺寸	1050	#44	2.34	0.42	1.025	0.69	0.93	0.75	0.98
4. 与初始损耗相同时价格最低	100	#38	5.32	0.96	2.33	0.129	0.17	0.119	0.171
5. 任意价格时损耗最小(理论值)	22×10^4	#36	0.65	0.117	0.285	268	361		
6. 价格昂贵却似乎合理的低损耗设计	5200	#48	1.39	0.25	0.61	7.7	10.3		
7. 单层单股线	1	#16	15.1	2.72	6.62	<0.15	<0.2		

线，那么价格肯定很高。但是，如果真的有这样的股线，则#63AWG线的损耗将减小为1050股线损耗的四分之一。

表2中的价格都是根据式(5)预测的相对价格。由于如前面所说明的，由式(5)拟合的平滑曲线只是一种理想化的曲线，并不能用其精确地估算价格，只能用其指导价格的大趋势。

6 设计程序

设计流程大致如下：首先，假设用#44AWG并以式(2)计算出 $F_r=1.535$ 时的股数。如果窗口容纳得下这个股数的导线，则查找该导线的价格，同时计算出它的损耗；用这两个数据，从图5与表1得到归一化的价格/损耗折衷值；用表1或图6确定选定股线规格的 F_r 值，并用式(2)确定该 F_r 值的股数。如改变股数，则折衷价格/损耗时的标准导线尺寸会有少量增加。如果窗口容纳不下所假设而计算出的股数，则应进行调整后再进入下一步骤。这个设计流程是利用前面图表中给定的数据和收集的标准股线尺寸，产生出任意给定价格的最低损耗(或者损耗一定时的最低价格)的设计方案。它可以部分在计算机上完成，另外还需向产品制造厂商咨询，以获得当前的价格。

图7进一步探索在可用导线尺寸受限制条件下可代选择的结构。图7中不但包括图5的理想化价格/损耗折衷曲线，而且还有任意尺寸导线的曲线。图示很明显，对那些规格较小的导线(如#40AWG以下)，其尺寸是否确切

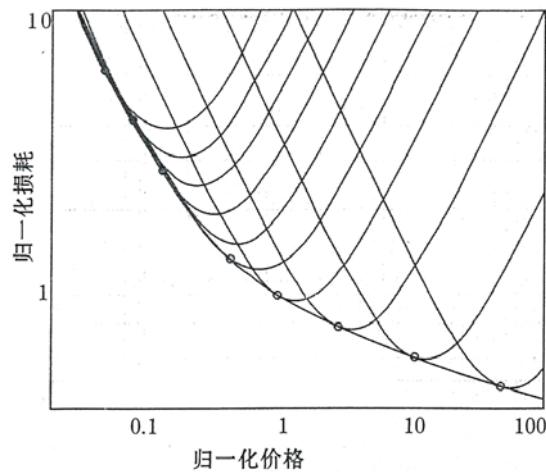


图7 用#44AWG多股线的最佳价格/损耗设计为基准的归一化价格和损耗。

图7注：图中底部曲线表示价格/损耗的理想关系，假设可以采用任何股线直径。图中还给出了各种偶数线规的尺寸，指出了用标准尺寸线规所要付出的代价。对大直径导线，曲线彼此靠近，表明直径的精确选择并不重要。但对于细导线，选择一个标准的偶数尺寸，则可能要承担巨大的惩罚。

并不重要，因为与其邻近尺寸导线之价格和损耗性能是相似的。但是对于细导线则有必要考虑用奇数股线尺寸。

众所周知，导线的实际价格取决于购买的数量和时机，因此不容易预估什么时候是经济的，但图7是值得用来参考的。

(参考资料略)